Provas resolvidas da UFRGS 2006

Matemática

01. Resposta (A)

$$\frac{1,35}{1,25}=1,08\rightarrow 8\%$$

02. Resposta (D)

$$11\rightarrow 100\%$$
$$77\rightarrow x\%$$

$$x=\frac{7700}{11}$$
$x=700\%$ O que representa um aumento de 60%.

03. Resposta (D)

Em 2002

$$\frac{160}{PIB}=\frac{31,9}{100}$$

$$PIB=\frac{16000}{31,9}$$

$$PIB\cong 501,5$$

Em 2005

$$\frac{130}{PIB}=\frac{20}{100}$$

$$PIB=\frac{13000}{20}$$

$$PIB=650$$

$$501,5\rightarrow 100\%$$
$$650\rightarrow X$$

$$X=\frac{650.100}{501,5}$$

$$X\cong 129,6$$

(Crescimento de aproximadamente 29,6%)

04. Resposta (E)

Álcool (A)
Gasolina (G) $\quad 60.A=42.G$

Será vantajoso quando o preço da gasolina for menos que o do álcool, então:

$$60.A>42.G$$

$$\frac{A}{G}>0,7$$

05. Resposta (D)

$Z=a+bi$

Conjugado $\overline{Z}=a-bi$

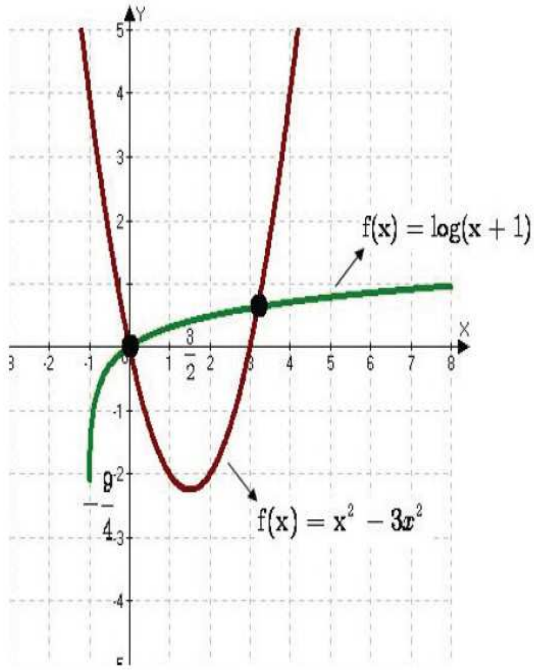
Inverso $Z^{-1}=\dfrac{1}{a=bi}$

$$\bar{z}=z^{-1}\rightarrow a-bi=\frac{1}{a+bi}\rightarrow(a-bi).(a+bi)=1\rightarrow a^2+b^2=1$$

(equação de uma circunferência)

06. Resposta (C)

log(x+1) = x^2 - 3x
São duas soluções (ver o gráfico)



07. Resposta (C)

Analisando o gráfico, percebemos que o número 750.000 habitantes está no ponto médio de 500 a 1000. Sendo assim, o percentual, para essa faixa de habitantes, estará no ponto médio de 0,9% e 4,8%.

$$\frac{0,9+4,8}{2}=2,85\%$$

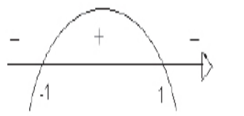
08. Resposta (B)

FIGURA f(x) pontilhada - g(x)

Pelo desenho, g(x) corta o eixo dos x uma única vez (sua única raiz)

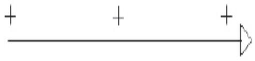
09. Resposta (A)

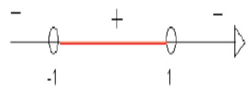
$$\frac{1-x^2}{2-2x=x^2}>0 \qquad \begin{matrix} 1-x^2 \\ x=\pm 1 \end{matrix}$$



$$2-2x+x^2$$

$$x=\frac{2\pm\sqrt{4-4.2.1}}{2.1}$$





10. Resposta (C)

$$PG: 1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9} \ldots$$

$$q=\frac{2}{3}$$

$$a_5 = a.q^4$$

$$a_5=\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$$

11. Resposta (D)

$$\underbrace{(1, 5, 13, 25)}_{4,\ 8,\ 12 \ldots}$$

$$a_{19}=a_1+18.r$$

$$a_{19}=4=18.4=76 \qquad S_{20}=760+1=761$$

$$S_{19}=\frac{(4+76)}{2}x19=760$$

12. Resposta (D)

$$\left.\begin{matrix} D_1=8\rightarrow R_1=4\rightarrow a_1=4\pi \\ D_2=4\rightarrow R_2=2\rightarrow a_2=2\pi \end{matrix}\right\} \quad q=\frac{1}{2}$$

$$S_n=\frac{4\pi\left(\left(\frac{1}{2}\right)^8-1\right)}{\frac{1}{2}-1}=\frac{4\pi\left(-\frac{255}{256}\right)}{-\frac{1}{2}}=\frac{255}{32}\pi$$

13. Resposta (E)

I – É verdadeira:

$$f(t)=5.2^{\frac{6-t}{3}} \qquad f(0)=5.2^{\frac{6-0}{3}} \qquad f(0)=5.2^2 \qquad f(0)=20$$

$$f(t+3)=\frac{f(t)}{2}$$

$$5.2^{\frac{6-(t+3)}{3}}=\frac{5.2^{\frac{6-t}{3}}}{2}$$

$$2^{\frac{6-t-3}{3}}=2^{\frac{6-t}{3}-1}$$

$$2^{\frac{3-t}{3}}=2^{\frac{3-t}{3}}$$

II – É verdadeira: f é decrescente

$$\left.\begin{matrix} f(0)=20 \\ f(3)=10 \end{matrix}\right\}$$ Logo a função é decrescente.

III – É verdadeira: $f(1),\ f\left(\frac{3}{2}\right),\ f(2),\ f\left(\frac{5}{2}\right)$ é uma P.G.?

$$\left.\begin{matrix} f(1)=5.2^{\frac{5}{3}} \\ f\left(\frac{3}{2}\right)=5.2^{\frac{3}{2}} \\ f(2)=5.2^{\frac{4}{3}} \\ f\left(\frac{5}{2}\right)=5.2^{\frac{7}{6}} \end{matrix}\right\}$$ São termos de uma P.G. de razão $(q)=-\frac{1}{6}$

14. Resposta (A)

$$f(x)=\frac{\log_2^x}{\log_3^x}\rightarrow y=\frac{\frac{1}{\log_x^2}}{\frac{1}{\log_x^3}}\rightarrow y=\frac{\log_x^3}{\log_x^2}\rightarrow y=\log_2^3$$

Como $\log_2^3$ é constante, tem-se alternativa (A)

15. Resposta (C)

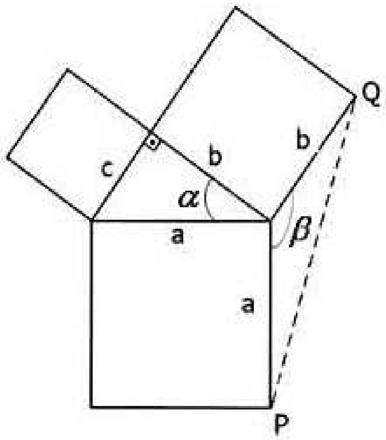
$$x^4+16=0 \qquad Z=-16$$
$$x^4=-16 \qquad Z=16\left[\cos\pi+i\ sen\pi\right]$$
$$x=\sqrt[4]{-16} \qquad \sqrt[4]{Z}=\sqrt[4]{16(\cos\pi+i\ sen\pi)}$$

$$1^a raiz=2\left[\cos\frac{\pi}{4}+i\ sen\frac{\pi}{4}\right]$$
$$2^a raiz=2\left[\cos\frac{3\pi}{4}+i\ sen\frac{3\pi}{4}\right]$$
$$3^a raiz=2\left[\cos\frac{5\pi}{4}+i\ sen\frac{5\pi}{4}\right]$$
$$4^a raiz=2\left[\cos\frac{7\pi}{4}+i\ sen\frac{7\pi}{4}\right]$$

16. Resposta (B)

Teremos valores diferentes para cos $\frac{k\pi}{12}$ somente no 1º e no 2º quadrantes, ou seja de 0 para π. Para tanto, $k \in \{0, 1, 2, 3...12\}$o que gera 13 valores distintos.

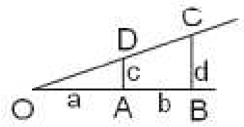
17. Resposta (E)



$$\alpha+\beta+90+90=360$$
$$\alpha+\beta=180$$
$$\beta=180-\alpha$$

$$\overline{PQ}^2=a^2+b^2-2ab.\cos\beta$$
$$\overline{PQ}=\sqrt{a^2+b^2-2ab.\cos(180-\alpha)}$$
$$\overline{PQ}=\sqrt{a^2+b^2-2ab(-\cos\alpha)}$$
$$\overline{PQ}=\sqrt{a^2+b^2-2ab\left(\frac{-b}{a}\right)}$$
$$\overline{PQ}=\sqrt{a^2+b^2-2ab+2b^2}$$
$$\overline{PQ}=\sqrt{a^2+3b^2}$$

18. Resposta (B)



2 Área OAD= Área ABCD

$$2.\frac{a.c}{2}=\frac{(d+c)b}{2}$$

$$2ac=bd=cb\rightarrow\boxed{1}$$

Semelhança de triângulos

$$\frac{c}{a}=\frac{d}{a+b}$$

$$\frac{a+b}{a}=\frac{d}{c}\rightarrow\boxed{2}$$

resolvendo

$$(a+b)c=ad$$
$$ac+bc=ad$$

$$bc=ad-ac\rightarrow\boxed{3}$$

usando 3 em 1

$$2ac=bd+ad-ac$$
$$3ac=d(a+b)$$

$$\frac{3c}{d}=\frac{a+b}{a}\rightarrow\boxed{4}$$

usando 2 em 4

$$\frac{a+b}{a}=\frac{d}{c}=\frac{3c}{d}$$
$$d^2=3c^2$$

$$d=c\sqrt{3}\rightarrow\boxed{5}$$

logo

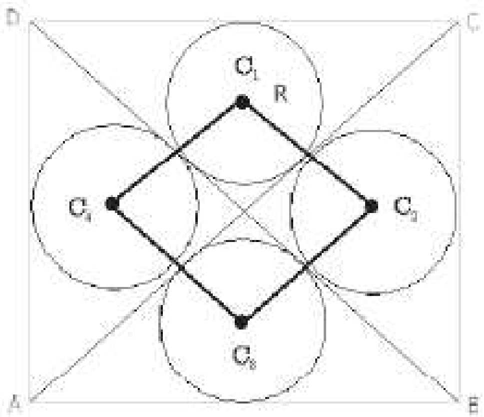
$$\frac{OB}{OA}=\frac{a+b}{a}$$

Usando 2

$$\frac{a+b}{a}=\frac{d}{c}$$ usando 5

$$\frac{d}{c}=\frac{c\sqrt{3}}{c}=\sqrt{3}$$

19. Resposta (C)



1) Unindo-se os centros dos círculos inscritos obtém-se um quadrado de lado 2R e diagonal 2R√2. Logo, o quadrado do lado ABCD vale 2R√2 + 2R ou 2R (√2 +1) . Como R = √2 - 1, tem-se 2(√2 – 1)(√2 + 1) → 2(2 – 1) = 2.1 = 2. Arco do quadrado ABCD = 2² = 4.

20. Resposta (E)

$$S_{sombreada} = S_{C_{maior}} - S_{C_{médio}} - 12S_{C_{menor}}$$

$$S_{C_{maior}} = \pi R^2$$

$$S_{C_{médio}} = \pi r^2$$

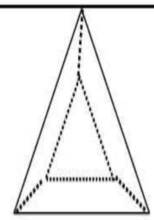
$$S_{C_{menor}} = \pi\left(\frac{R-r}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{R^2-2Rr+r^2}{4}\right)$$

$$S_{sombreada} = \pi R^2 - \pi r^2 - 12\pi\left(\frac{R^2-2Rr+r^2}{4}\right)$$

$$S_{sombreada} = 2\pi(-2r^2 - R^2 + 3Rr)$$

21. Resposta (A)

Base inferior do sólido é o triângulo eqüilátero maior.
Lateral do sólido são os 3 trapézios.
Base superior do sólido é o triângulo eqüilátero menor.

	Visão superior Resposta: tronco de pirâmide.

22. Resposta (E)

$$V = S_B.h$$

$$V = \frac{6a^2\sqrt{3}}{4}.a$$

$$V = \frac{6.2^2\sqrt{3}}{4}.2$$

$$V = 12\sqrt{3}$$

23. Resposta (D)

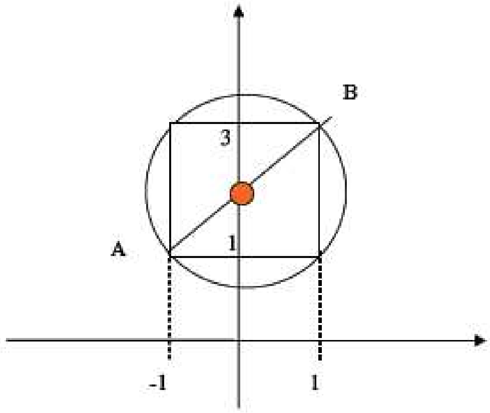
$$2.V_{esfera} = \frac{4\pi R^3}{3} \rightarrow \frac{8\pi R^3}{3}$$

$$V_{cilindro} = \pi R^2.4R = 4\pi R^3$$

$$V_{cilindro} - V_{esfera} = \frac{4\pi R^3}{1} - \frac{8\pi R^3}{3} = \frac{4\pi R^3}{3}$$

$$\frac{V_{cilindro} - V_{esfera}}{2.V_{esfera}} = \frac{\frac{4\pi R^3}{3}}{2.\frac{4\pi R^3}{3}} = \frac{1}{2}$$

24. Resposta (B)

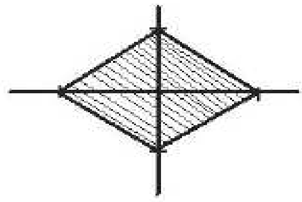


$$d_{\overline{AB}} = \sqrt{(1-(-1))^2+(3-1)^2}$$
$$d_{\overline{AB}} = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$$
$$R=\sqrt{2}$$

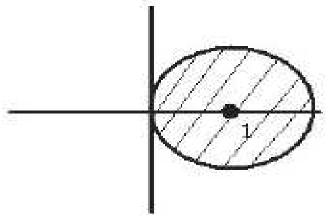
$$Xc=\frac{1+(-1)}{2}=0$$
$$Yc=\frac{3+1}{2}=2$$
$$(x-o)^2+(y-2)^2=(\sqrt{2})^2$$
$$x^2+y^2-4y+2=0$$

25. Resposta (B)

$$|x|+|y|\le 1$$



$$(x-1)^2 \le 1-y^2$$
$$(x-1)^2+y^2 \le 1$$



Área de intersecção:

$$A_s=\frac{\pi R^2.\alpha}{360}=\frac{\pi R^2.90^0}{360^0}=\frac{\pi}{4}$$

26. Resposta (E)

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}(b-1) & 1 & 2\\ b & 2 & 1\\ (1-b) & -1 & 1\end{vmatrix}\begin{matrix}(b-1) & 1\\ b & 2\\ (1-b) & -1\end{matrix}=0$$
$$\Delta_x=(2(b-1)+1-b-2b)-(4(1-b)+-1(b-1)+b)=0$$
$$\Delta_x=2b-2+1-b-2b-4+4b+b-1-b=0$$
$$3b-6=0$$
$$3b=6$$
$$b=2$$

27. Resposta (A)

A $3y-x\le 5 \rightarrow 3y\le x+5 \rightarrow$ **FIGURA**
B $y-x^2\ge -3 \rightarrow$ **FIGURA**
A $\cap$ **B**

28. Resposta (A)

Nº de pares de vértices.

1 – $C_6^2 = \dfrac{6.5}{2.1} = 15$

2 – Nº de Arestas = 12

3 – Nº de diagonais

$$15 - 12 = 3$$

$$P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

29. Resposta (B)

$$\frac{2C_8^3}{C_{16}^3} = \frac{2.\dfrac{8.7.6}{3.2.1}}{\dfrac{16.15.14}{3.2.1}} = \frac{1}{5}$$

ou

$$\frac{16}{16} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14}$$

$$1 \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{5}$$

30. Resposta (E)

$\boxed{11}$	12	$\boxed{13}$	14	$\boxed{15}$	16
21	22	23	24	25	26
$\boxed{31}$	32	$\boxed{33}$	34	$\boxed{35}$	36
41	42	43	44	45	46
$\boxed{51}$	52	$\boxed{53}$	54	$\boxed{55}$	56
61	62	63	64	65	66

$$P = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} . 100 = 75\%$$

$$P_A + P_{\bar{A}} = 1$$

$$P_A + \frac{9}{36} = 1$$

$$P_A = 1 - \frac{9}{36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

$$P_A \rightarrow 75\%$$