



# Vamos dar uma voltinha?

A patinadora desliza sobre o gelo, braços estendidos, movimentos leves, música suave. De repente encolhe os braços junto ao corpo, gira velozmente como um pião, volta a estender os braços e pára por alguns instantes. O público, encantado, aplaude.

Cristiana, comovida, assiste à cena pela televisão. Então, uma pergunta lhe ocorre. Por que sempre que giram desse jeito os patinadores encolhem os braços e, quando querem parar, voltam a estendê-los? Será que isso tem alguma coisa a ver com a Física?

É claro que sim. Tudo tem a ver com a Física. Se ela fizer essa pergunta a um físico, ele provavelmente lhe dirá que a patinadora encolhe os braços para girar mais depressa, devido ao **princípio da conservação do momento angular**. É uma forma complicada de explicar uma idéia razoavelmente simples. Suponha que um corpo está girando e não há nenhuma ação externa atuando sobre ele. Quanto mais concentrada a massa desse corpo estiver no seu eixo de rotação, mais rapidamente ele pode girar, ou vice-versa. Se a **distribuição** da massa se afastar do eixo de rotação, ele vai girar mais lentamente.

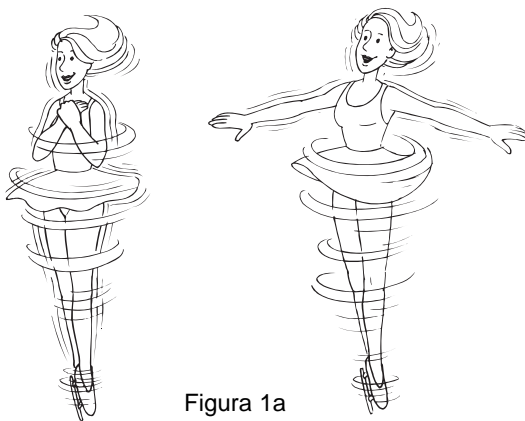


Figura 1a

Observe a Figura 1a. Com os braços encolhidos, a massa da patinadora está mais concentrada junto ao seu eixo de rotação, por isso ela gira mais rapidamente do que com os braços abertos. Abrindo os braços, ela distribui sua massa de forma a afastá-la ao máximo do seu eixo de rotação. Assim, o seu movimento fica mais lento e mais fácil de parar.

Uma demonstração experimental muito interessante pode ilustrar essa afirmação.

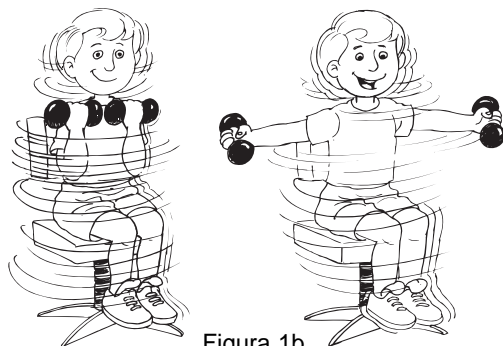


Figura 1b

Observe a Figura 1b. Uma pessoa sentada numa cadeira giratória, segurando dois halteres com os braços estendidos, é posta a girar. Se ela encolher os braços, trazendo os halteres para junto do seu corpo, a rapidez do seu movimento de rotação aumenta. Se ela voltar a estendê-los, a rapidez diminui, sem que para isso tenha sido feita qualquer ação externa. Essa compensação entre rapidez de rotação e distribuição de massa é explicada pelo tal **princípio da conservação do momento angular**.

Mas essas não são as únicas características interessantes do movimento de rotação. Um pião, por exemplo, só pode permanecer em equilíbrio enquanto gira; as bicicletas só podem se manter em equilíbrio devido ao movimento de rotação de suas rodas.



Figura 2

Veja na Figura 2 que, graças à rotação, o pião se mantém em pé sozinho, em equilíbrio, apoiado apenas numa extremidade do seu eixo. A própria Terra mantém constante a inclinação do seu eixo graças ao seu movimento de rotação.

O movimento de rotação está sempre presente em nosso dia-a-dia. Todos os veículos têm rodas, quase todas as máquinas têm eixos e polias que giram ligadas por correias e engrenagens. Infelizmente, nem todos os aspectos da rotação poderão ser estudados neste curso. Muitos exigem uma formulação matemática muito complicada, mas algumas noções básicas necessárias à sua compreensão serão vistas aqui.

### Rotação: um movimento periódico

Imagine uma roda de bicicleta ou a polia de um motor girando. Durante esse movimento, cada ponto da roda ou da polia descreve circunferências, continuamente. Em outras palavras, durante o movimento, cada ponto passa repetidas vezes pela mesma posição. Por isso, o movimento de rotação é considerado um **movimento periódico**.

O número de circunferências, ou **ciclos**, descritos numa unidade de tempo é a **freqüência** desse movimento. Assim, se cada ponto da polia de um motor descreve 600 ciclos em 1 minuto, dizemos que essa polia gira com uma freqüência de 600 ciclos por minuto. Nesse caso, ao invés de ciclos, costuma-se dizer **rotações**. Logo, a freqüência é de 600 rpm (rotações por minuto). Se adotarmos o SI, a unidade de tempo deve ser o **segundo**. Portanto, como essa polia descreve 600 ciclos em 60 segundos (1 minuto), a sua freqüência será:

$$\frac{600 \text{ ciclos}}{60 \text{ segundos}} = 10 \text{ ciclos / s}$$



A unidade **ciclos/s** é denominada **hertz**, cujo símbolo é Hz. Portanto, a frequência dessa polia, no SI, é de 10 Hz. É fácil ver que **1 Hz = 60 rpm**.

Se um ponto passa várias vezes pela mesma posição, há um intervalo de tempo mínimo para que ele passe por duas vezes por essa posição. É o intervalo de tempo que ele gasta para descrever apenas uma volta ou **um ciclo**. Esse intervalo de tempo é denominado **período do movimento**.

Qual será o período do movimento de rotação da polia do nosso exemplo?

Para responder essa pergunta, vamos, inicialmente, adotar o minuto como unidade de tempo. Se a polia descreve 600 ciclos em 1 minuto, para determinar o seu período, é preciso calcular o tempo que ela gasta para descrever **1 ciclo**. Uma regra de três simples resolve o problema:

$$\begin{array}{l} 600 \text{ ciclos} \rightarrow 1 \text{ minuto} \\ 1 \text{ ciclo} \rightarrow x \text{ minutos} \end{array}$$

Logo, teremos:

$$x = \frac{1}{600} \text{ min}$$

que é o período do movimento da polia, em minutos.

Se fizermos o mesmo cálculo utilizando o segundo, como unidade de tempo, vamos obter:

$$x = \frac{1}{10} \text{ s,}$$

que é o período do movimento da polia, em segundos.

Observe que quando a frequência era 600 rpm, o período era 1/600 min, quando a frequência era 10 Hz, o valor do período era 1/10 s. É fácil ver que o valor do período é sempre o inverso do valor da frequência. Simbolizando a frequência com **f** e o período com **T** podemos representar essa relação pela expressão:

$$f = \frac{1}{T}$$

ou ainda:

$$T = \frac{1}{f}$$

Sempre que o período estiver **em segundos** a frequência correspondente será dada em **hertz**.

### Passo-a-passo

Qual a frequência e período do movimento dos ponteiros de um relógio?

Um relógio geralmente tem três ponteiros: (a) um, que marca os segundos, (b) um, que marca os minutos e (c) um, que marca as horas. Cada um deles, tem frequência e período diferentes.

a) O ponteiro dos segundos dá uma volta a cada 60 segundos. Portanto, o seu período é:

$$T = 60 \text{ s}$$

Como a frequência é o inverso do período, temos:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{60} \text{ Hz}$$

- b) O ponteiro dos minutos dá uma volta por hora, ou 60 minutos, ou 3.600 segundos. Logo, o seu período em segundos, é:

$$T = 3.600 \text{ s}$$

A frequência é:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{3.600} \text{ Hz}$$

- c) Com raciocínio semelhante, você pode obter para o ponteiro das horas:

$$T = 43.200 \text{ s e } f = \frac{1}{43.200} \text{ Hz}$$

## Passo-a-passo

Um satélite de telecomunicações fica parado em relação à Terra. Qual o período e a frequência desse satélite?

Para que o satélite fique parado em relação à Terra, é preciso que ele acompanhe o movimento de rotação do planeta. Isso significa que, quando a Terra der uma volta em torno do seu eixo, o satélite também deverá fazer o mesmo (veja a Figura 3). Logo, o período do satélite é igual ao período da Terra. Portanto:  $T = 1$  dia, ou  $T = 24$  h, ou  $T = 86.400$  s

A frequência é:  $f = 1$  rotação/dia, ou  $f = \frac{1}{24}$  rotações/hora, ou  $f = \frac{1}{86.400}$  Hz

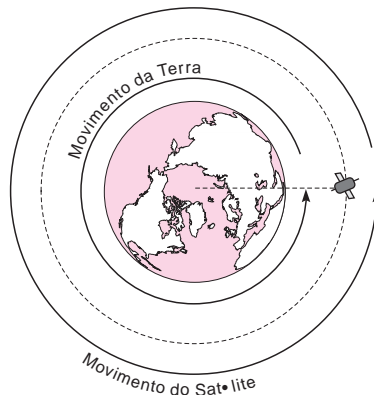


Figura 3

## Velocidade angular

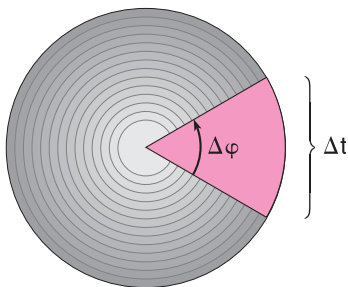


Figura 4

Suponha que um disco está girando. Num intervalo de tempo  $\Delta t$  seus raios descrevem ou **varrem** um determinado ângulo  $\Delta\phi$  (veja a Figura 4).

A relação entre esse ângulo e o tempo gasto para descrevê-lo é a **velocidade angular** do disco. Matematicamente:

$$w = \frac{D \phi}{D t}$$

Como no SI os ângulos são medidos em radianos, a unidade de velocidade angular é **rad/s**. Assim, se um disco gira descrevendo um ângulo de  $60^\circ$ , que é igual a  $\pi/3$  rad, num intervalo de tempo de 2 segundos, sua velocidade angular será:

$$w = \frac{p}{2} = \frac{p}{6} \text{ rad/s}$$

A rigor, essa é a **velocidade angular média** nesse intervalo de tempo. Entretanto, como vamos estudar apenas movimentos de rotação em que a velocidade angular é constante, não haverá, aqui, distinção entre velocidade angular média e velocidade angular instantânea. Ambas serão chamadas simplesmente de **velocidade angular**.

Veja como se faz para transformar graus em radianos:

### Relações entre graus e radianos

Sabe-se que  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ , logo  $1^\circ = \frac{p}{180} \text{ rad}$ .

Então, para transformar um ângulo em graus para radianos basta multiplicar o seu valor por  $\frac{p}{180}$ .

**Exemplo:**  $60^\circ = 60 \cdot \frac{p}{180} \text{ rad} = \frac{p}{3} \text{ rad}$

Para transformar radianos em graus, é só inverter o procedimento multiplicando por  $\frac{180}{p}$

**Exemplo:**  $\frac{p}{3} \text{ rad} = \frac{p}{3} \cdot \frac{180}{p} = 60^\circ$

Se a velocidade angular de um disco for constante, ele descreve ângulos iguais em tempos iguais. Isso significa que o tempo gasto para dar uma volta completa, que corresponde a um ângulo de  $360^\circ$  ou  $2\pi$  rad, será sempre igual. Portanto, o **período** e a **freqüência** do disco serão, também, constantes. Além disso é possível, nessas condições, relacionar essas três grandezas.

Ao descrever uma volta completa, o disco **varre** um ângulo  $\Delta\phi$  igual a  $2\pi$  rad. Como o intervalo de tempo  $\Delta t$  para dar uma volta completa é igual ao período,  $T$ , a velocidade angular desse disco será:

$$w = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad \text{e} \quad w = \frac{2p}{T}$$

Mas  $f = \frac{1}{T}$ , portanto, podemos escrever:

$$w = 2p \cdot \frac{1}{T} \quad \text{e} \quad \omega = 2\pi f$$

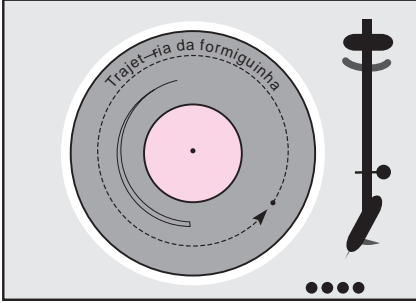


Figura 5

Suponha que um disco gire com velocidade angular constante. Como vimos, a frequência e o período também serão constantes. Nesse caso, cada ponto desse disco descreve um **Movimento Circular Uniforme (MCU)**. Se você vir uma formiguinha apavorada agarada a um disco girando no seu toca-discos, você estará vendo a coitadinha descrever um movimento circular uniforme. Isso vale também, por exemplo, para qualquer ponto de uma polia ligada a um motor que gira com frequência de rotação constante.

Como se pode **equacionar** o movimento circular uniforme? Que variáveis devemos escolher para equacionar o movimento circular uniforme, lembrando que equacionar um movimento é estabelecer uma relação matemática entre duas de suas variáveis (posição · tempo, velocidade · tempo etc.). As mesmas variáveis do MRU ou do MRUV?

A resposta é **não**. Em vez de uma equação da posição em função do tempo, por exemplo, será mais útil uma equação do ângulo descrito em função do tempo, uma **equação angular**. Isso porque a posição não é uma variável muito conveniente, pois um móvel com MCU passa seguidamente pelo mesmo ponto. Isso não acontece com o ângulo  $\Delta \varphi$  que esse móvel descreve ou **varre** enquanto se movimenta. Os seus valores nunca se repetem. Cada vez que o móvel passa pelo mesmo ponto, o valor do ângulo é acrescido de  $360^\circ$  ou  $2\pi$  rad.

Assim, é possível estabelecer uma relação matemática entre esse ângulo e o instante em que ele está sendo descrito, porque não existem dois ângulos iguais para instantes diferentes. Essa equação, conhecida como **equação** ou **lei angular** do MCU, é expressa por:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

Veja a dedução no quadro abaixo:

**Dedução da lei angular de um MCU**

Figura 6

Lembrando a definição de velocidade angular

$$\omega = \frac{Dj}{Dt} \quad (1)$$

é fácil ver, na figura, que  $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0$  (2), como  $\Delta t = t - t_0$ .

Fazendo  $t_0 = 0$ , temos  $\Delta t = t$  (3), substituindo (1) e (2), em (3), obtemos:

$$\omega = \frac{j - j_0}{t} \quad \text{E} \quad j = j_0 + \omega t$$

onde  $\varphi$  é o ângulo, ou **fase**, no instante  $t$  e  $\varphi_0$  o ângulo ou fase **inicial**, no instante  $t_0 = 0$ .

Sabendo-se o ângulo descrito por um móvel num certo instante e o raio da circunferência descrita, é fácil determinar a posição de um móvel em MCU.

Suponha, por exemplo, que a nossa pobre formiguinha, ainda mais apavorada, está presa a uma roda de bicicleta de 0,5 m de raio, que gira com um período constante de 2 s. Se acionarmos um cronômetro no instante em que o raio da roda em que está a formiguinha descreve um ângulo nulo, qual será a posição da coitadinha depois de 4,2 s?

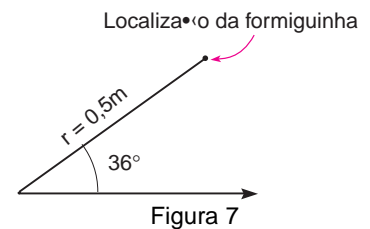
Para resolver esse problema, é preciso, inicialmente, determinar o ângulo descrito por esse raio no instante  $t = 4,2$  s. Isso significa aplicar a lei angular do seu movimento e calcular o valor de  $\varphi$  para  $t = 4,2$  s. Para determinar a lei angular,  $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ , basta determinar o valor de  $\omega$  já que o ângulo inicial  $\varphi_0 = 0$ , conforme o enunciado (o cronômetro foi acionado quando o ângulo era zero). Lembrando que  $\omega = 2\pi/T$  e  $T = 2$  s obtemos  $\omega = \pi$  rad/s. Assim, a lei angular do movimento do ponto A é:

$$\varphi = \pi t$$

No instante  $t = 4,2$  s o ângulo descrito é:

$$j = p \frac{\text{rad}}{\text{s}} \times 4,2 \text{ s} = p \times \frac{180^\circ}{p} \times 4,2 = 756^\circ$$

Onde estará então a pobre formiguinha? É fácil, basta desenhar um ângulo de  $756^\circ$ , isto é,  $2 \cdot 360^\circ + 36^\circ$  e aí localizá-la. Veja a Figura 7.



### Velocidade de um ponto material em MCU

Até agora só falamos em velocidade angular de um ponto material. É uma velocidade meio esquisita – ela sempre nos obriga a imaginar que existe um segmento de reta ligando o ponto ao centro da circunferência. Senão, não poderíamos falar em ângulos descritos ou **varridos**. Mas é claro que, estando em movimento, o ponto vai percorrer distâncias em intervalos de tempo, isto é, ele tem também uma velocidade. Essa é a sua **velocidade (v)**, sem sobrenome, a que temos nos referido até aqui, no estudo dos outros movimentos. Muitos gostam de chamá-la de velocidade linear ou escalar para distingui-la da velocidade angular, mas isso não é necessário pois não estamos introduzindo um novo conceito.

Se calcularmos o valor da velocidade **v** de um ponto material com MCU, vamos obter sempre o mesmo resultado. Isso porque esse ponto percorre distâncias (arcos de circunferência) iguais em tempos iguais. Em cada ciclo, por exemplo, o percurso é sempre o mesmo, o **comprimento da circunferência**. O tempo gasto para percorrê-la também, pois, nesse caso, o tempo é o **período (T)**, e o período no MCU é constante.

Aliás, a partir dessa observação, podemos obter uma expressão para o valor de **v** no MCU. Como o comprimento da circunferência é  $2\pi r$  e o tempo para descrever 1 ciclo é igual ao período **T**, dividindo-se o comprimento do percurso,  $2\pi r$ , pelo tempo gasto para descrevê-lo (**T**), tem-se o valor da velocidade. Logo:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Essa expressão pode ser escrita como  $v = 2\pi r \times \frac{1}{T}$

Lembrando que  $f = \frac{1}{T}$ , temos

$$v = 2\pi r f$$

Lembrando ainda que, se:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

podemos achar uma relação entre a velocidade  $v$  e a velocidade angular  $\omega$  desse ponto material. Basta fazer

$$v = \frac{2\pi}{T} \cdot r$$

o que nos leva a:

$$v = \omega r$$

Essas relações nos ajudam a perceber uma propriedade muito importante do movimento circular: a velocidade  $v$  do ponto material depende da frequência (ou período) do movimento e do raio da circunferência descrita, enquanto a velocidade angular  $\omega$  depende apenas da frequência (ou período), **mas não depende do raio**. Esse, aliás, é um resultado esperado já que num MCU, a velocidade angular é constante.

### Passo-a-passo

Os pneus de um carro têm 60 cm de diâmetro, com calotas de 30 cm de diâmetro. Suponha que o carro esteja com velocidade de 108 km/h. Determine:

- a velocidade de um ponto localizado na borda de um pneu ( $v_p$ );
  - a velocidade angular ( $\omega_p$ ) desse ponto;
  - a velocidade angular ( $\omega_c$ ) de um ponto na borda de uma das calotas;
  - a velocidade ( $v_c$ ) desse ponto;
  - a frequência e o período do movimento desses pneus.
- a) Se os pneus não estão derrapando, os pontos localizados nas suas bordas, em contato com o chão, têm a mesma velocidade do carro. Portanto, a velocidade de um ponto localizado na borda de um pneu é:

$$v_p = 108 \text{ km/h ou } v_p = 30 \text{ m/s}$$

- b) Lembrando que  $v = \omega r$ , podemos escrever:

$$v_p = \omega_p \cdot r \Rightarrow \omega_p = \frac{v_p}{r}$$

Mas, como o ponto está na borda do pneu de 60 cm de diâmetro, o raio é:

$$r = \frac{60 \text{ cm}}{2} = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

$$\text{Portanto, } \omega_p = \frac{30 \text{ m/s}}{0,3 \text{ m}} \Rightarrow \omega_p = 100 \text{ rad/s}$$

- c) Como a velocidade angular é constante,

$$\omega_p = \omega_c$$

Logo, a velocidade angular de um ponto na borda da calota é:

$$\omega_c = 100 \text{ rad/s}$$



- d) Lembrando, novamente, que  $v = \omega r$ , podemos escrever  $v_c = \omega_c \cdot r_c$ , onde  $r_c$  é o raio da calota.

Como  $r_c = \frac{30 \text{ cm}}{2} = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$ , temos:

$$v_c = 100 \cdot 0,15 \Rightarrow v_c = 15 \text{ m/s}$$

- e) Como a relação entre velocidade angular e frequência é  $\omega = 2 \pi f$ , pode-se obter  $f$  fazendo:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Portanto, a frequência do movimento dos pneus é:

$$f = \frac{100}{2\pi} \Rightarrow f \approx 16 \text{ Hz (aproximadamente)}$$

Isso significa que o pneu dá 16 voltas por segundo ou 960 rotações por minuto.

Sendo:  $T = \frac{1}{f}$ , o período de movimento do pneu é:  $T = \frac{1}{16} \text{ s}$

### Movimentos circulares acoplados

Os motores, em geral, têm uma frequência de rotação fixa que depende da forma como eles são construídos e das suas condições de utilização. Entretanto, as máquinas acionadas por eles têm, quase sempre, sistemas girantes que exigem diferentes frequências de rotação fornecidas, muitas vezes, por um só motor. Para isso, o eixo desse motor é acoplado a polias de diferentes diâmetros por meio de correias ou engrenagens. Suponha, por exemplo, que uma polia, fixa no eixo de um motor, tenha uma circunferência de raio  $r_1$  e gire com uma frequência  $f_1$ . Ela está acoplada, por intermédio de uma correia, a outra polia de raio  $r_2$ , ligada a uma máquina qualquer. Qual será a frequência de rotação  $f_2$ , dessa polia?

Como você pode ver na Figura 8, a correia tem a mesma velocidade  $v$  dos pontos da periferia de ambas as polias.

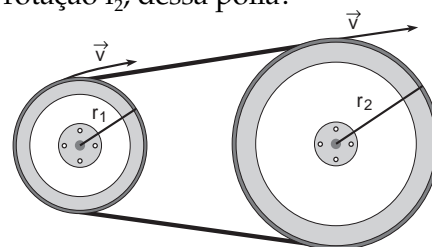


Figura 8

Lembrando que  $v = 2 \pi r f$ , temos:

- para a polia do motor:

$$v = 2 \pi r_1 f_1 \quad (1)$$

- para a polia ligada à máquina:

$$v = 2 \pi r_2 f_2 \quad (2)$$

Comparando (1) e (2), obtemos:

$$2 \pi r_1 f_1 = 2 \pi r_2 f_2 \Rightarrow r_1 f_1 = r_2 f_2$$

Por essa relação, pode-se obter o valor de  $f_2$ :

$$f_2 = \frac{r_1 f_1}{r_2}$$

Observe que, se  $r_1$  for maior que  $r_2$ ,  $f_2$  será maior que  $f_1$ , isto é, quando a polia do motor tiver um raio maior que a polia da máquina, haverá um aumento na frequência de rotação e vice-versa.

## Aceleração centrípeta

Embora o conceito não seja novo, a velocidade  $\mathbf{v}$  de um ponto material que descreve um MCU apresenta características ainda não vistas neste curso. Apesar de ter sempre o mesmo valor numérico, essa velocidade **não é constante porque sua direção e sentido variam continuamente**. Observe na Figura 9 que, em A, a velocidade está orientada para a esquerda; em B, para baixo; em C, para a direita e, em D, para cima. Como a velocidade é sempre tangente à trajetória, é fácil ver que **ela tem uma direção e sentido diferentes em cada ponto**. Em resumo, no MCU, embora o valor numérico da velocidade seja sempre o mesmo, **ela não é constante** porque sua direção e sentido variam continuamente.

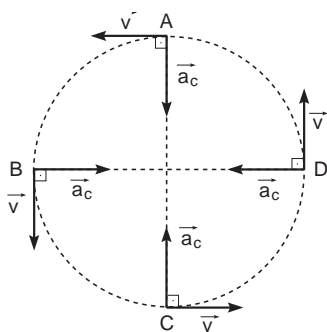


Figura 9

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

ou, como  $v = \omega r$ ,

$$a_c = \omega^2 r$$

Mas, se a velocidade de um móvel em MCU varia, existe uma **aceleração** atuando sobre esse móvel pois aceleração é, por definição, a variação da velocidade com o tempo. Essa aceleração denomina-se **aceleração centrípeta, ( $a_c$ )**. Centrípeta porque, como o próprio nome indica, ela está sempre orientada para o centro da circunferência descrita pelo móvel. O seu valor pode ser obtido pela expressão:

(A dedução dessas expressões foge ao alcance deste curso.)

Assim, se um automóvel faz uma curva circular com velocidade constante, ele está acelerando, o que não aconteceria se ele estivesse em linha reta. Se essa velocidade for 20 m/s (72 km/h), por exemplo e o raio da curva for 100 m, a aceleração centrípeta será:

$$a_c = \frac{20^2}{100} = 4 \text{ m/s}^2$$

É importante notar que essa aceleração só contribui para o automóvel fazer a curva, **não altera o valor numérico da velocidade**. Essa é uma idéia nova que deve ficar mais clara com o auxílio das leis de Newton, que vamos ver em seguida.

## O movimento circular uniforme e as leis de Newton

Das três leis de Newton, duas têm relação direta com o MCU. A primeira afirma que, para que um corpo tenha velocidade constante **em trajetória retilínea**, a força resultante sobre ele deve ser nula. Como no MCU a trajetória **não é retilínea**, conclui-se que a força resultante **não é nula**. A segunda lei estabelece uma relação entre força resultante e aceleração:  $F = ma$ . Se a força resultante é proporcional à aceleração, existindo aceleração existe força resultante. Além disso, se a aceleração é **centrípeta**, orientada para o centro da circunferência, a força resultante também será orientada para o centro da circunferência, ou seja, a força resultante é uma **força centrípeta**. Veja a Figura 10.

Se  $a_c$  é a aceleração centrípeta podemos representar por  $F_c$  a força centrípeta. Nesse caso, para o movimento circular uniforme a segunda lei de Newton pode ser expressa assim:

$$F_c = m \cdot a_c$$

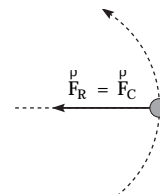


Figura 10

É muito importante entender que a força centrípeta é a resultante das forças que atuam sobre o corpo, não é uma força nova ou especial. Em outras palavras, no MCU, em cada situação, uma ou mais forças podem exercer o papel de força centrípeta. A força centrípeta pode ser o peso do corpo, a força de atrito entre o corpo e o plano, a tração num fio, a resultante de algumas dessas forças etc. Nas figuras a seguir, apresentamos alguns exemplos de movimentos circulares uniformes, identificando, em cada um, qual ou quais forças exercem o papel de força centrípeta.

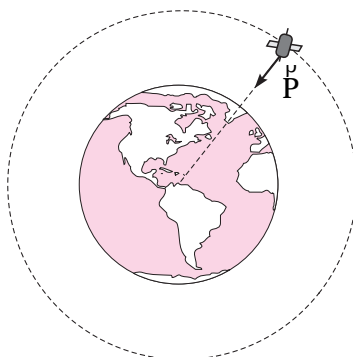


Figura 11. Um satélite de telecomunicações executa uma órbita circular em torno da Terra. A força centrípeta nesse caso é a força de atração que a Terra exerce sobre ele, ou seja, o peso  $P$  do satélite.

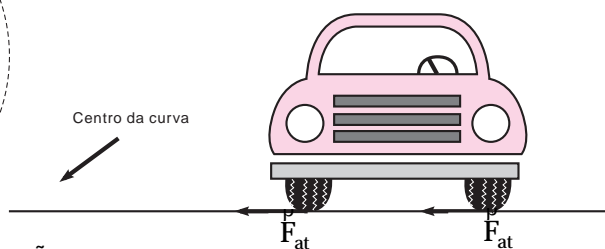


Figura 12. Um carro faz uma curva circular numa estrada plana e horizontal. A força centrípeta, nesse caso, é a resultante das forças de atrito ( $f_{at}$ ) entre os pneus e a estrada.

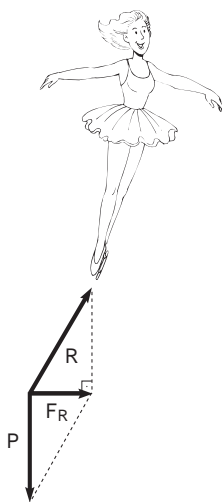


Figura 13. Uma patinadora executa movimentos circulares numa pista de gelo plana e horizontal. A força centrípeta é a força resultante ( $\vec{F}_R$ ) de duas forças: o peso da patinadora ( $\vec{P}$ ) e a reação do plano ( $\vec{R}$ ) sobre a patinadora.

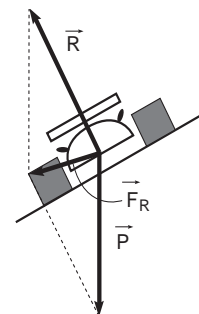


Figura 14. As pistas dos autódromos e das boas estradas e avenidas são inclinadas (sobreelevadas) nas curvas. Isso é feito para que os motoristas não dependam apenas do atrito para fazer a curva. Assim, a reação ( $\vec{R}$ ) da pista sobre o veículo é inclinada, o que ajuda a aumentar o valor da força ( $\vec{F}_R$ ) resultante que exerce o papel de força centrípeta. Se não fosse assim, o motorista só iria contar com a força de atrito ( $f_a$ ) para fazer a curva, como na Figura 12.

Um bloco de massa  $m = 0,2 \text{ kg}$  gira horizontalmente sobre uma mesa, descrevendo círculos com frequência constante  $f = 6 \text{ rpm}$ . Ele está preso ao centro da circunferência por um fio de  $1,5 \text{ m}$  de comprimento. Supondo desprezível o atrito, qual a tração exercida pelo fio?

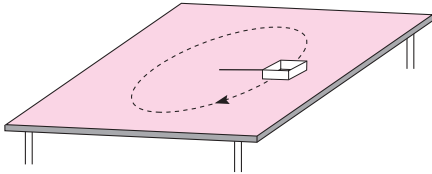


Figura 15

Se o bloco descreve círculos com frequência constante, ele tem um MCU. A força resultante ( $F_R$ ) que atua sobre ele é a força centrípeta ( $F_C$ ). Veja na Figura 15 que, nesse caso,  $F_R$  é igual à força  $T$  (tração no fio).

Logo, se  $F_R = F_C$  e  $F_R = T$ , conclui-se que:  $F_C = T$

Mas 
$$F_C = m a_c \text{ e } a_c = \frac{v^2}{r}$$

Logo, 
$$F_C = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow T = m \frac{v^2}{r}$$

Então, calculamos a velocidade  $v$  do bloco, dada pela expressão:  $v = 2 \pi r f$ .

Admitindo que o tamanho do bloco é desprezível, o raio da circunferência é igual ao comprimento do fio,  $r = 1,5 \text{ m}$ . A frequência, dada em rpm (rotações por minuto), deve ser transformada em hertz para que a velocidade seja obtida em m/s. Então:

$$f = 6 \text{ rpm} = \frac{6}{60} \text{ Hz} = 0,1 \text{ Hz}$$

Portanto a velocidade do bloco é:

$$v = 2 \pi r f = 2 \cdot 3,14 \cdot 1,5 \cdot 0,1 = 0,94 \text{ m/s}$$

A tração no fio, portanto, é:

$$T = m \frac{v^2}{r} = 0,2 \cdot \frac{0,94^2}{1,5} \Rightarrow T = 0,12 \text{ N (aproximadamente)}$$

Suponha que a patinadora da Figura 13 execute trajetórias circulares de  $2,5 \text{ m}$  de raio com uma velocidade de  $5 \text{ m/s}$ . Admitindo-se  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , qual deve ser o ângulo de inclinação da patinadora com a horizontal?

Na figura, sendo  $P = mg$ , o peso da patinadora e  $F_R$  a força resultante, pode-se ver que:

$$\text{tg } \alpha = \frac{mg}{F_R}$$

Por outro lado, sabemos que  $F_R = F_C = m \frac{v^2}{r}$ . Substituindo esse valor na expressão acima, temos:

$$\text{tg } \alpha = \frac{mg}{m \frac{v^2}{r}} = \frac{rg}{v^2} = \frac{2,5 \cdot 10}{5^2} = 1,0$$

Se  $\text{tg } \alpha = 1,0 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

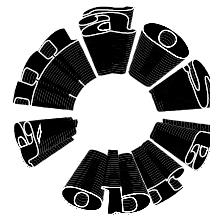
Vamos voltar ao início da nossa aula, quando Cristiana, emocionada, via a patinadora rodopiar. Como ela desconfiou, os gestos da patinadora, a coreografia da sua exibição, têm tudo a ver com a Física. Naquele caso, vimos que, encolhendo e estendendo os braços, ela podia regular a frequência de rotação do seu corpo em torno de si mesma. Esse último exemplo mostra que a inclinação do corpo de uma patinadora em relação à pista também influi para que ela possa descrever círculos com maior ou menor velocidade. É verdade que para ser uma grande patinadora não é preciso estudar Física, embora o seu conhecimento possa fazê-la entender melhor como aprimorar seus movimentos. Em outras áreas da atividade humana, no entanto, o conhecimento das leis físicas do movimento de rotação é essencial. Uma curva de estrada mal construída, sem a inclinação adequada, pode acarretar inúmeros acidentes. Quase todas as máquinas, domésticas ou industriais, têm no movimento de rotação, a base de seu funcionamento. Entender melhor esse movimento e suas implicações para o seu dia-a-dia foi o objetivo desta aula.



Nesta aula você aprendeu:

- o que são movimento periódico; frequência e período;
- o que é velocidade angular e como ela se relaciona com  $f$  e  $T$ ;
- o que é um Movimento Circular Uniforme (MCU);
- a equação do MCU;
- que a velocidade de um ponto em MCU é constante em módulo mas varia em direção e sentido;
- o que são movimentos circulares acoplados;
- o que são aceleração e força centrípeta.





### Exercício 1

A polia de um motor tem 15 cm de raio e gira com uma frequência de 1.200 rpm. Determine:

- a) a sua frequência em hertz e seu período em segundos;
- b) a sua velocidade angular;
- c) a velocidade de um ponto na periferia da polia;
- d) a aceleração centrípeta desse ponto;
- e) qual deveria ser o raio de uma outra polia que, acoplada a essa, gire com uma frequência de 400 rpm.

### Exercício 2

Um satélite está a 600 km de altura, em órbita circular, efetuando uma rotação em 2 horas. Qual a velocidade e aceleração centrípeta desse satélite, admitindo-se que ele está sobre o equador e que o raio da Terra é de 6.400 km?

### Exercício 3

Um ponto material executa um MCU de 0,6 m de raio em período de 4 segundos. Suponha que no instante  $t = 0$ , o ângulo descrito pelo raio que passa pelo ponto  $\varphi_0$ , seja zero. Determine:

- a) a frequência do movimento;
- b) a sua velocidade angular;
- c) a lei angular do movimento desse ponto material;
- d) represente graficamente a posição desse ponto material no instante  $t = 8,5$  s.

### Exercício 4

Suponha que, no satélite do Exercício 2 há um astronauta de massa 70 kg. Qual a força que a Terra exerce sobre ele?

### Exercício 5

Um carro de massa 800 kg faz uma curva circular plana e horizontal de 100 m de raio, com velocidade de 72 km/h. Qual a resultante das forças de atrito que atuam sobre ele?

### Exercício 6

Uma patinadora descreve trajetórias circulares de 2,5 m de raio, formando um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. Qual a sua velocidade?

### Exercício 7

No Exercício 5, qual deveria ser a inclinação da pista para que o carro pudesse fazer a curva sem depender da força de atrito? Nesse caso, a massa do carro influi? Por quê?

