Resposta comentada
Matemática – UFRGS/2011-1

A prova de matemática apresentou nas suas primeiras questões aplicações de Matemática básica (porcentagem, regra de três, notação científica, etc.). As demais foram distribuídas pelo programa de ensino médio, concluindo, como sempre, com questões de probabilidade .

A linguagem da prova seguiu a tendência atual da Matemática de buscar, sempre que possível, uma contextualização para as questões.

De resto, como costuma ser a prova de Matemática da UFRGS, bem elaborada.

26. Resposta (D)

Em 24h, temos (24 . 60 = 1440) 1440 min. Logo,

1 min .... representa 25 gotas

1440 min .... representam x gotas

x = 36000 gotas em um dia.

Como cada gota contém 0,2 mL.

36000 . 0,2 = 7200 mL = 7,2 L

27. Resposta (B)

$$RPC = \frac{PIB}{pop}$$

$$3620 = \frac{49.10^{11}}{0{,}197M}$$

$$3620.0{,}197M = 49.10^{11}$$

$$713{,}14M = 49.10^{11}$$

$$M = 6{,}8.10^{9}$$

28. Resposta (B)

Afirmativa I: incorreta.

20 incand - 36

40 incand - 72

E 20 LED = 1500 → cada LED = 1500/20 = 75 reais

Afirmativa II: correta.

20 incand - 6480 kWh

1 incand - 324 kWh

20 LED = 1080 kWh, logo 1 LED = 54 Kwh

$$\frac{LED}{Incand} = \frac{54}{324} = \frac{1}{6}$$

Afirmativa III: incorreta.

Tempo flúor. Queimadas =

$$\frac{5\,anos}{14} = 0{,}357 \text{ anos} = 4{,}28 \text{ meses} = 128{,}4 \text{ dias}$$

Tempo incand. Queimadas =

$$\frac{5\,anos}{110} = 0{,}045 \text{ anos} = 0{,}54 \text{ meses} = 16{,}36 \text{ dias}$$

$$\frac{128{,}4}{16{,}36} = 7{,}84$$

29. Resposta (C)

Total de usuários = 7,7 + 0,3 = 8 milhões

8 milhões ________ 100%

0,3 milhões ________ x

$$\text{Logo, } x = \frac{0{,}3.100}{8} = 3{,}75$$

30. Resposta (D)

Tendo taxas constantes, podemos considerar duas progressões aritméticas.

Razão da primeira PA em relação a classe AB:

$$r_1 = \frac{0{,}23 - 15{,}6}{5} = 1{,}48$$

Razão da PA em relação as classes DE:

$$r_2 = \frac{(9+8)-(17{,}4+13{,}4)}{5} = -2{,}76$$

Termos geral da PA da classe AB:

$a_n = a_1 + (n - 1) . r$

$a_n = 15{,}6 + (n - 1) . 1{,}48$

Termo geral da PA das classes DE

$a_n = 30{,}8 + (n - 1) . -2{,}76$

Queremos saber quando os termos da PA da classe AB passam a ser maiores que os da PA das classes DE:

$15{,}6 + (n - 1) . 148 > 308 + (n - 1) . -2{,}76$

$(n - 1) . 4{,}24 > 15{,}2$

$$n - 1 > \frac{15{,}2}{4{,}24}$$

$n - 1 > 3{,}58$

$n > 4{,}59$

Logo, ocorre entre o 4º e o 5º termo:

2009 2010 2011 **2012 2013** 2014

31. Resposta (E)

$$F(x) \geq 5$$
$$b_1h_1 + b_2h_2 \geq 5$$
$$1 \cdot 2 + (x - 1)3 \geq 5$$
$$2 + 3x - 3 \geq 5$$
$$3x \geq 6$$
$$X \geq 2$$

Como $0 \leq x \leq 3$, temos $2 \leq x \leq 3$.

32. Resposta (D)

O volume do paralelepípedo de arestas a = 8,5, b= 2,5 e c = 4 é dado por V = abc.

Logo, V = (8,5)(2,5)(4) = 85

$$\frac{Va}{Vb} = \left(\frac{La}{Lb}\right)^2.$$

$$\text{Assim, } \frac{85}{Vb} = \left(\frac{1}{10}\right)^2 \rightarrow \frac{85}{Vb} = \left(\frac{1}{1000}\right) = \rightarrow Vb = 85000\,cm^3$$

33. Resposta (B)

P.G. de razão 3, logo:

a, 3a , 9a.

Na P.A. temos a , 3a , 9a -8.

Pela razão:

$$3a - a = 9a - 8 - 3a \rightarrow 2a = 6a - 8 \rightarrow -4a = -8 \rightarrow a=2$$

P.A. (2,6,10):

sua soma é 18.

34. Resposta (E)

P.A. ($\log x_1$, $\log x_2$, $\log x_3$, ... , $\log x_n$)

Razão = 1/2

$$\frac{x_n}{x_1} = 1000$$

Se $a_n = a_1 + (n-1)r$, assim $\log x_n = \log x_1 + (n-1)\frac{1}{2}$

$$\log x_n - \log x_1 = (n-1)\frac{1}{2} \rightarrow \log \frac{x_n}{x_1} = (n-1)\frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\log 1000 = \frac{n-1}{2} \rightarrow 3 = \frac{n-1}{2} \rightarrow 6 = n - 1 \rightarrow n = 7$$

35. Resposta (D)

$$16^{10} = 2^{40}$$
$$y = 2^{40}$$
$$\log y = \log 2^{40} \rightarrow \log y = 40 \log 2 \rightarrow$$
$$\log y = 40.(0{,}301) \rightarrow \log y = 12{,}04$$
$$10^{12{,}04} = y$$

36. Resposta (A)

a > 0, pois a parábola tem concavidade para cima.

b < 0, pois a reta tangente à parábola, passando pelo termo independente, é decrescente.

c < 0, pois o termo independente é negativo, isto é, a parábola intersecciona o eixo y na sua parte negativa.

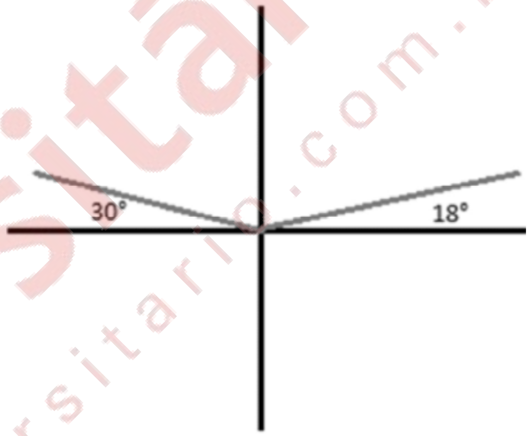
37. Resposta (C)

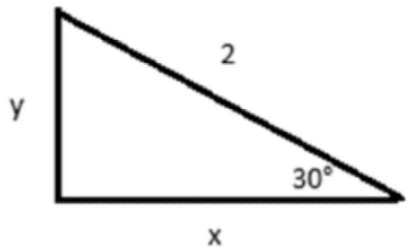
Um polinômio de 5º grau, apresentando $-2 + i$ e $-2 - i$ como raízes, obrigatoriamente apresentará $-2 - i$ e $1 + 2i$ como raízes, pois as raízes não reais vêm aos pares sempre com seu conjugado.

A outra raiz tem que ser real.

38. Resposta (A)

Girando 228° no sentido horário:





$$\text{sen}\,30° = \frac{co}{Hip}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{y}{2}$$
$$y = 1$$
$$\cos 30° = \frac{ca}{Hip}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{2}$$
$$x = \sqrt{3}$$
$$R = \left(-\sqrt{3}, 1\right)$$

39. Resposta (B)

$y = (\text{sen } x + \cos x)^2 + (\text{sen } x - \cos x)^2$

$y = \text{sen}^2x + 2\text{sen}x.\cos x + \cos^2x + \text{sen}^2x - 2\text{sen}x.\cos x + \cos^2x$

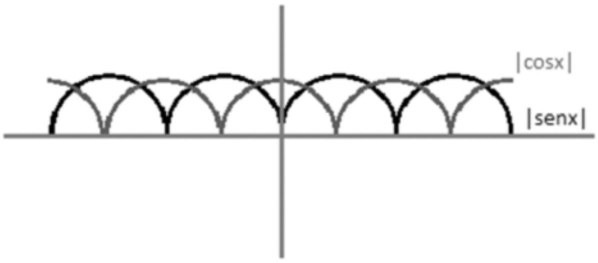
$y = 2(\text{sen}^2 x + \cos^2 x)$

$y = 2 . 1$

$y = 2$

Função constante.

40. Resposta (B)



8 interseções.

41. Resposta (C)

Lado do triângulo: a

Lado do quadrado: l

$$l^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$l^2 = \frac{2^2\sqrt{3}}{4}$$

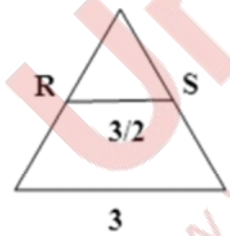
$$l^2 = \sqrt{3}$$

$$l = \sqrt[4]{3}$$

42. Resposta (C)

$At = \frac{4a2\sqrt{3}}{4} \rightarrow 9\sqrt{3} = a^2\sqrt{3} \rightarrow a^2 = 9$, então a = 3.

Aplicando o Teorema da Base média:



Perímetro = 4 . 3/2

Perímetro = 6

43. Resposta (E)

V_g = volume da pirâmide grande

$$V_g = \frac{A_{b.h}}{3} \qquad A_b = \frac{3.3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$V_g = \frac{\frac{9}{2}.9}{3} = \frac{27}{2}$$

Sendo V_p = volume da pirâmide pequena.

$$\frac{V_g}{V_p} = \left(\frac{H}{h}\right)^3 \rightarrow \frac{\frac{27}{2}}{V_p} = \left(\frac{9}{6}\right)^3 \rightarrow V_p = 4$$

Logo,

$$V_g - V_p = \frac{27}{2} - 4 = \frac{19}{2}$$

44. Resposta (A)

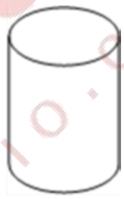
Por simples visualização, o que completa o sólido formando um paralelepípedo está na alternativa A.

45. Resposta (D)

O cilindro de altura 2m tem diâmetro de 8 cm.

Se o Volume = $\pi r^2 h \rightarrow$

$V = \pi(0,4)^2 20 = \pi\ (0,16)20 = 10,48$ litros



46. Resposta (B)

$x^2 + y^2 + 0x - 2y = 0$

$C\ (x_0\ ;\ y_0)\quad x_0 = 0\quad y_0 = \frac{-2}{-2} = 1$. Logo, C (0;1) e R = 1

A altura do equilátero é 3 e como $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \rightarrow$

$3 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \rightarrow a\sqrt{3} = 6$. Logo, $a = 2\sqrt{3}$

47. Resposta (A)

A coordenada Y do ponto E é calculado por 2 vezes a altura do triângulo equilátero de lado 3. Assim,

$$Y_E = 2\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right) = 3\sqrt{3}$$

A equação da reta que passa pelos pontos E(0, $3\sqrt{3}$) e B(5,0) pode ser calculada pelo determinante, assim: $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$

48. Resposta (A)

X = preço do suco
Y = preço do sanduíche
$2X + 3Y = 14$
$4X + 5Y = 25$
$X = 2{,}50$
$Y = 3{,}00$

Mesa 3: 1 suco = 2,50 e 1 sanduíche = 3,00

49. Resposta (C)

Time A 3 x 2 Time B

Os placares do jogo podem ocorrer como nos exemplos abaixo:

AAABB ou ABABA ou BABAA assim percebemos tratar-se de uma permutação com repetição:

$$P_{3.2}^{5} = \frac{5!}{3!2!} = \frac{5.4}{2} = 10$$

Para que o time vencedor tenha feito os 2 primeiros gols temos:

AAABB ou AABBA ou AABAB,

$$\text{pois } P_2^a = \frac{3!}{2!} = 3.$$

$$\text{Logo}, P = \frac{3}{10} = 0{,}3.$$

50. Resposta (E)

Como o número de senhas possíveis com o número 2 na frente do número 9 é o mesmo número de senhas possíveis com o número 9 na frente do número 2, a probabilidade de o número 9 estar antes do 2 é 50%.