MATEMÁTICA

NESTA PROVA, SERÃO UTILIZADOS OS SEGUINTES SÍMBOLOS E CONCEITOS COM OS RESPECTIVOS SIGNIFICADOS:

R: Conjunto dos números reais.
log x: logaritmo de x na base 10.
$C_{n,p}$: combinação de "n" elementos tomados "p" a "p".
$A_{n,p}$: arranjo de "n" elementos tomados "p" a "p".

26. O valor de

$\sqrt{\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ \ldots\ \cdot\left(1-\frac{1}{100}\right)}$ é

(A) $\frac{1}{10}$.
(B) $\frac{1}{100}$.
(C) 1.
(D) 2.
(E) 3.

27. Considere as seguintes afirmações sobre números racionais.

I - Se $0 < \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, então $\left(\frac{a}{b}\right)^2 < \left(\frac{c}{d}\right)^2$.

II - Se $\frac{a}{b} < 0 < \frac{c}{d}$, então $\frac{c}{d} + \frac{a}{b} > 0$.

III- Toda fração da forma $\frac{a}{b}$ é irredutível.

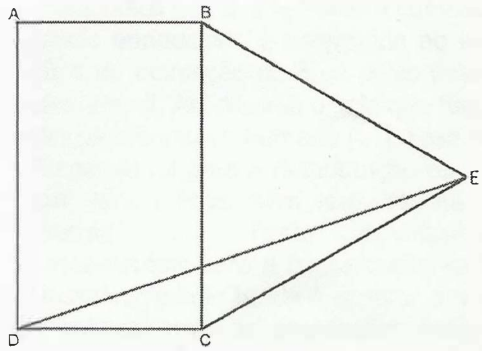
Quais estão corretas?

(A) Apenas I.
(B) Apenas II.
(C) Apenas III.
(D) Apenas II e III.
(E) I, II e III.

28. Se a equação $x^2 + 2x - 8 = 0$ tem as raízes a e b, então o valor de $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2$ é

(A) $-\frac{1}{16}$.
(B) $-\frac{1}{4}$.
(C) $\frac{1}{16}$.
(D) $\frac{1}{4}$.
(E) 1.

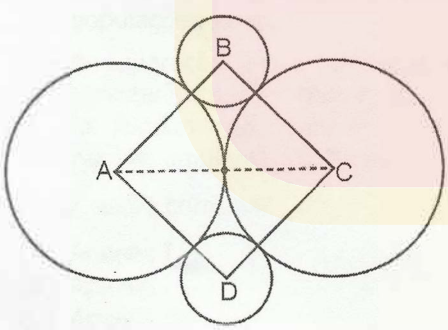
29. Na figura abaixo, tem-se um retângulo ABCD, de lados $\overline{AB} = 3$ e $\overline{AD} = 5$, e um triângulo equilátero BEC, construído sobre o lado $\overline{BC}$.



A medida de $\overline{DE}$ é

(A) $\sqrt{34 + 15\sqrt{2}}$.
(B) $\sqrt{34 - 15\sqrt{3}}$.
(C) 7.
(D) $\sqrt{19}$.
(E) $\sqrt{34 + 15\sqrt{3}}$.

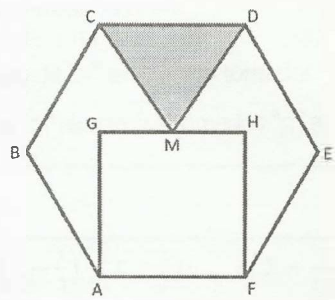
30. Considere dois círculos de centros A e C, raio 1 e tangentes entre si. O segmento $\overline{AC}$ é diagonal do quadrado ABCD. Os círculos de centros B e D são tangentes aos círculos de centros A e C, como mostra a figura abaixo.



O raio dos círculos de centros B e D é

(A) $\sqrt{2} - 1$.
(B) 1.
(C) 2.
(D) $\sqrt{2} + 1$.
(E) $2\sqrt{2}$.

31. Considere o hexágono regular ABCDEF de lado 1. Sobre o lado $\overline{AF}$ do hexágono, constrói-se o quadrado AGHF, como mostra a figura abaixo. Sendo M o ponto médio de $\overline{GH}$, constrói-se o triângulo CDM.



A área do triângulo CDM é

(A) $\sqrt{3}-1$.

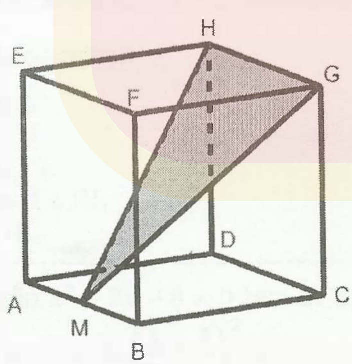
(B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

(C) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

(D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

32. Considere o cubo ABCDEFGH, representado na figura abaixo, cuja aresta mede 4 e M é o ponto médio da aresta $\overline{AB}$.



A área do triângulo MHG é

(A) $2\sqrt{2}$.

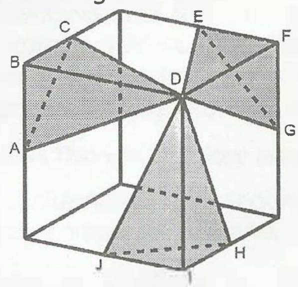
(B) $4\sqrt{2}$.

(C) $8\sqrt{2}$.

(D) $16\sqrt{2}$.

(E) $32\sqrt{2}$.

33. Considere o cubo e os tetraedros ABCD, EFGD e HIJD, nos quais os pontos A, C, E, G, H e J são pontos médios de arestas do cubo, como representado na figura abaixo.



A razão entre a soma dos volumes dos tetraedros ABCD, EFGD e HIJD e o volume do cubo é

(A) $\frac{1}{8}$.

(B) $\frac{1}{6}$.

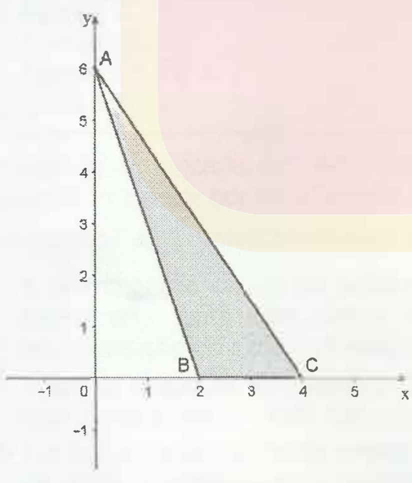
(C) $\frac{1}{3}$.

(D) $\frac{2}{3}$.

(E) $\frac{3}{4}$.

34. Considere os pontos A, B e C, de coordenadas inteiras, que determinam os vértices do triângulo ABC, representado no sistema de coordenadas cartesianas abaixo.

A revolução do triângulo ABC, em torno do eixo x, gera o sólido P, e a revolução do triângulo ABC, em torno do eixo y, gera o sólido Q.



A razão entre os volumes de P e Q é

(A) $\frac{2}{3}$.

(B) 1.

(C) $\frac{3}{2}$.

(D) 18.

(E) 36.

35. A área da região determinada pela interseção das desigualdades $y > \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, $y > -\frac{2}{3}x + 5$ e $(x-3)^2 + (y-3)^2 < 9$ é

(A) $\frac{3\pi}{4}$.

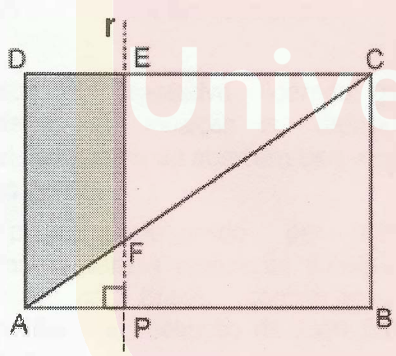
(B) $\frac{3\pi}{2}$.

(C) $\frac{9\pi}{4}$.

(D) $\frac{9\pi}{2}$.

(E) 9π.

36. Considere um retângulo ABCD, de lados $\overline{AB} = 12$ e $\overline{AD} = 8$, e um ponto P construído sobre o lado $\overline{AB}$. Traçando a reta r perpendicular ao lado $\overline{AB}$ que passa pelo ponto P, determina-se o polígono ADEF, em que E e F são pontos de interseção de r com os segmentos $\overline{DC}$ e $\overline{AC}$, respectivamente, como mostra a figura abaixo.



Tomando x como a medida do segmento $\overline{AP}$, a função A(x) que expressa a área de ADEF em função de x, entre as alternativas abaixo, é

(A) $A(x) = 8x - \frac{x^2}{6}$, $para\ 0 \leq x \leq 12$.

(B) $A(x) = 8x - \frac{2x^2}{3}$, $para\ 0 \leq x \leq 12$.

(C) $A(x) = 16x - \frac{2x^2}{3}$, $para\ 0 \leq x \leq 12$.

(D) $A(x) = 8x - \frac{x^2}{3}$, $para\ 0 \leq x \leq 12$.

(E) $A(x) = 8x - \frac{3x^2}{4}$, $para\ 0 \leq x \leq 12$.

37. Considere as funções $f(x) = |x + 1|$ e $g(x) = -|x| - 1$.

O intervalo tal que $f(x) > g(x)$ é

(A) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$.

(B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

(C) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$.

(D) $(-1, +\infty)$.

(E) $(-\infty, +\infty)$.

---

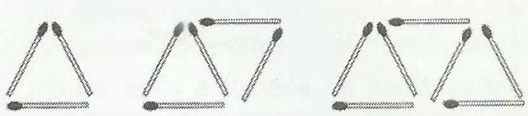
38. A concentração de alguns medicamentos no organismo está relacionada com a meia-vida, ou seja, o tempo necessário para que a quantidade inicial do medicamento no organismo seja reduzida pela metade.

Considere que a meia-vida de determinado medicamento é de 6 horas. Sabendo que um paciente ingeriu 120 mg desse medicamento às 10 horas, assinale a alternativa que representa a melhor aproximação para a concentração desse medicamento, no organismo desse paciente, às 16 horas do dia seguinte.

(A) 2,75 mg.
(B) 3 mg.
(C) 3,75 mg.
(D) 4 mg.
(E) 4,25 mg.

---

39. Considere o padrão de construção de triângulos com palitos, representado nas figuras abaixo.



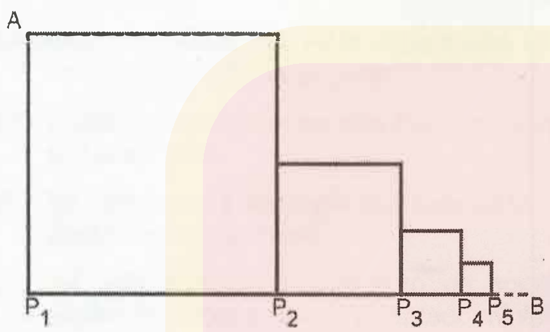
Etapa 1 Etapa 2 Etapa 3

Na etapa n, serão utilizados 245 palitos. Nessas condições, n é igual a

(A) 120.
(B) 121.
(C) 122.
(D) 123.
(E) 124.

40. A figura a seguir é formada por quadrados de lados $\overline{P_1P_2}$, $\overline{P_2P_3}$, $\overline{P_3P_4}$, e assim sucessivamente.

A construção é tal que os pontos P_1, P_2, P_3, ..., B são colineares, e as bases dos quadrados têm medidas $\overline{P_1P_2} = 1$, $\overline{P_2P_3} = \frac{1}{2}$, $\overline{P_3P_4} = \frac{1}{4}$ e assim por diante. O ponto A é vértice do quadrado de lado $\overline{P_1P_2}$, como representado na figura abaixo.



A medida do segmento $\overline{AB}$ é

(A) 1.

(B) $\sqrt{2}$.

(C) $\sqrt{3}$.

(D) 2.

(E) $\sqrt{5}$.

41. Se $\log 2 = x$ e $\log 3 = y$, então $\log 288$ é

(A) $2x + 5y$.

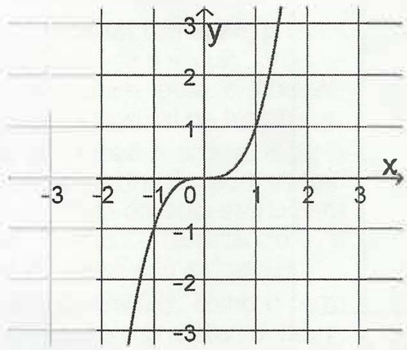
(B) $5x + 2y$.

(C) $10xy$.

(D) $x^2 + y^2$.

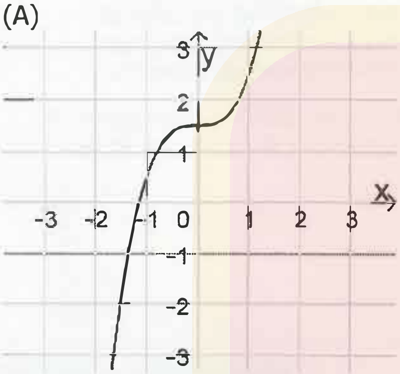
(E) $x^2 - y^2$.

42. O gráfico de $f(x) = x^3$ está representado na imagem a seguir.

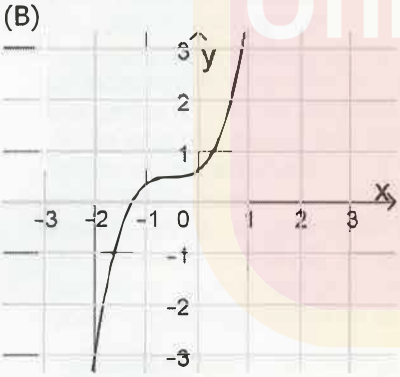


O esboço do gráfico de $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ está representado na alternativa

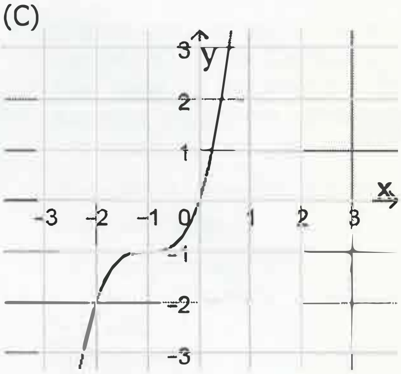
(A)



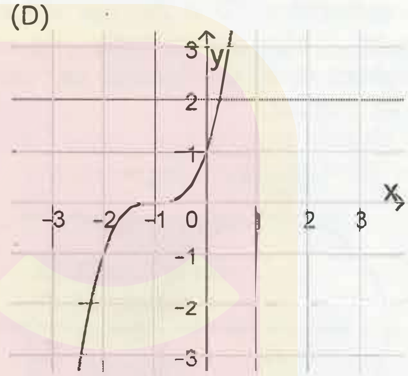
(B)



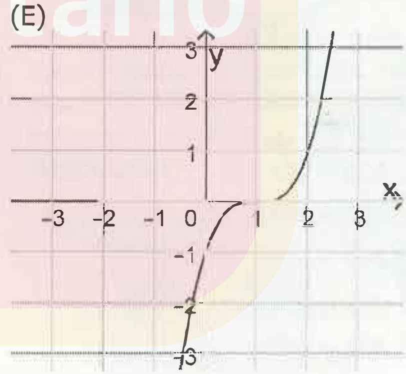
(C)



(D)



(E)

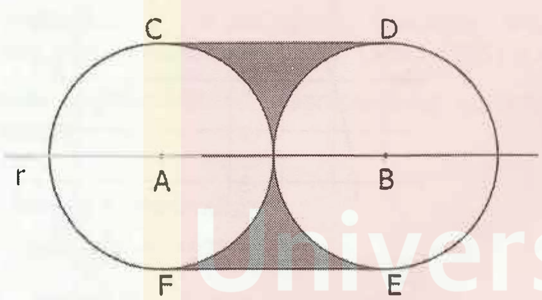


43. O valor máximo da função trigonométrica $f(x) = \sqrt{2}sen(x) + \sqrt{2}\cos(x)$ é

(A) $\sqrt{2}$.
(B) 2.
(C) 3.
(D) $\sqrt{5}$.
(E) π.

44. Considere dois círculos tangentes entre si, de centros A e B sobre a reta r, e tais que o raio de cada um tenha medida 10.

Os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{FE}$ são tangentes aos círculos e têm extremidades nos pontos de tangência C, D, E e F, como representado na figura a seguir.



A área da região sombreada é

(A) $100 - 25\pi$.
(B) $200 - 50\pi$.
(C) $200 + 50\pi$.
(D) $400 - 100\pi$.
(E) $400 + 100\pi$.

45. A área do quadrilátero formado pelos pontos de interseção da circunferência de equação $(x+1)^2 + y^2 = 4$ com os eixos coordenados é

(A) $\sqrt{3}$.
(B) $2\sqrt{3}$.
(C) $3\sqrt{3}$.
(D) $4\sqrt{3}$.
(E) 12.

46. Para que o sistema de equações lineares $\begin{cases} x + y = 7 \\ ax + 2y = 9 \end{cases}$ seja possível e determinado, é necessário e suficiente que

(A) $a \in \mathbf{R}$.

(B) $a = 2$.

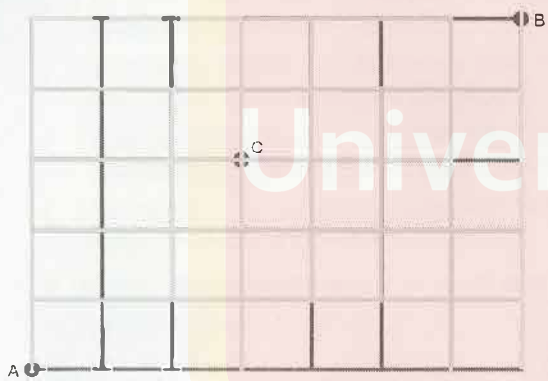
(C) $a = 1$.

(D) $a \neq 1$.

(E) $a \neq 2$.

---

47. Um aplicativo de transporte disponibiliza em sua plataforma a visualização de um mapa com ruas horizontais e verticais que permitem realizar deslocamentos partindo do ponto A e chegando ao ponto B, conforme representado na figura abaixo.



O número de menores caminhos possíveis que partem de A e chegam a B, passando por C, é

(A) 28.

(B) 35.

(C) 100.

(D) 300.

(E) 792.

48. Um jogador, ao marcar números em um cartão de aposta, como o representado na figura abaixo, decidiu utilizar apenas seis números primos.

[01]	[02]	[03]	[04]	[05]	[06]	[07]	[08]	[09]	[10]
[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	[16]	[17]	[18]	[19]	[20]
[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]
[31]	[32]	[33]	[34]	[35]	[36]	[37]	[38]	[39]	[40]
[41]	[42]	[43]	[44]	[45]	[46]	[47]	[48]	[49]	[50]
[51]	[52]	[53]	[54]	[55]	[56]	[57]	[58]	[59]	[60]

A probabilidade de que os seis números sorteados no cartão premiado sejam todos números primos é

(A) $\dfrac{C_{17,6}}{C_{60,6}}$.

(B) $\dfrac{1}{C_{60,6}}$.

(C) $\dfrac{C_{60,6}}{C_{17,6}}$.

(D) $\dfrac{A_{17,6}}{A_{60,6}}$.

(E) $\dfrac{A_{60,6}}{A_{17,6}}$.

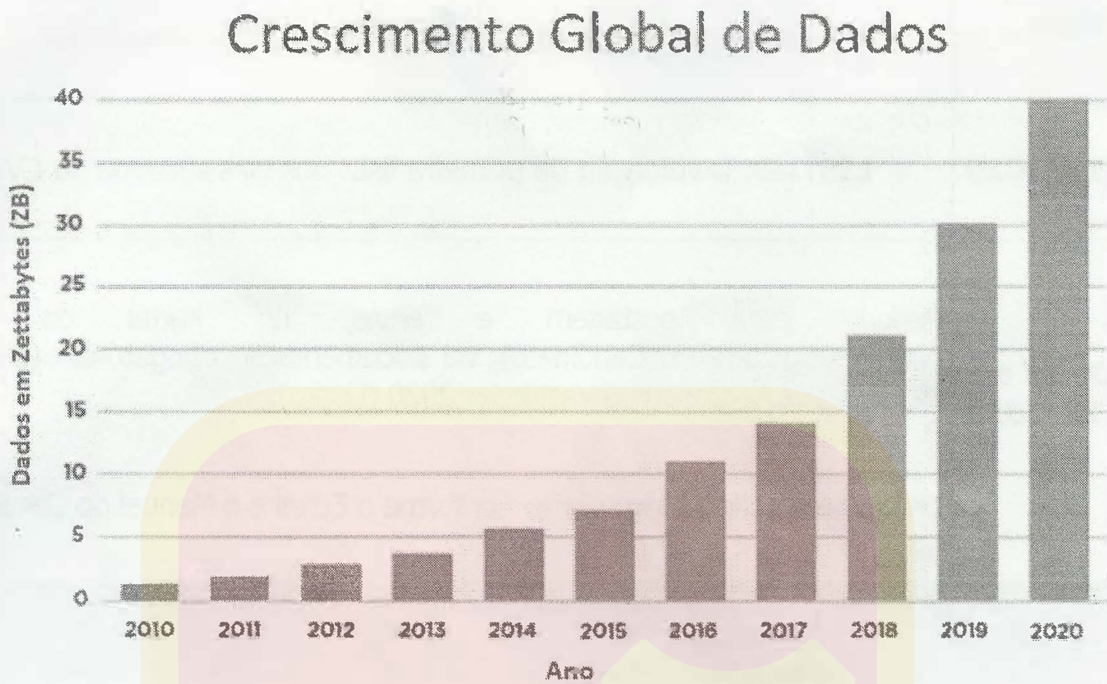
49. Após a aplicação de uma prova de Matemática, em uma turma de Ensino Médio com 30 estudantes, o professor organizou os resultados, conforme a tabela a seguir.

Número de estudantes	**Nota**
5	3,0
10	6,0
7	8,0
8	9,5

A nota mediana dessa prova de Matemática é

(A) 6,0.
(B) 7,0.
(C) 8,0.
(D) 9,0.
(E) 9,5.

50. O gráfico abaixo representa a quantidade de dados armazenados no mundo inteiro, em zettabytes.



Fonte: Gráfico adaptado de UNECE Statistics Wikis (United Nations Economic Commission for Europe).

Com base nos dados do gráfico, considere as afirmações abaixo.

I - Em relação a 2019, a expectativa é que a quantidade de dados armazenados cresça mais de 20% em 2020.

II - De 2017 a 2019, em termos percentuais, a quantidade de dados armazenados cresceu mais de 100%.

III- Em termos percentuais, pode-se afirmar que a quantidade de dados armazenados cresceu mais no período de 2012 a 2016 do que no período de 2016 a 2019.

Quais estão corretas?

(A) Apenas I.
(B) Apenas II.
(C) Apenas III.
(D) Apenas I e II.
(E) I, II e III.